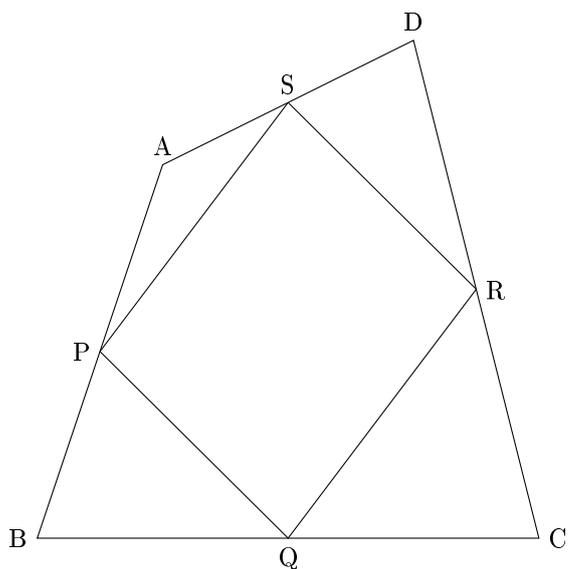


## 相似な図形 [中点連結定理]

---

### <演習問題>

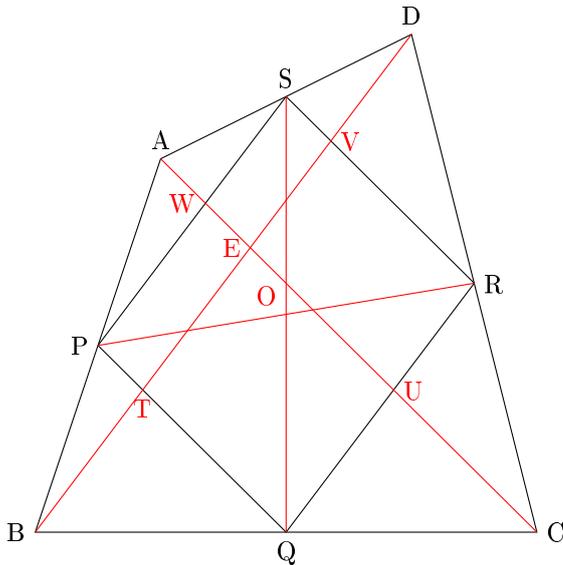
四角形 ABCD について、  
辺 AB、辺 BC、辺 CD、辺 DA の中点を、  
それぞれ P、Q、R、S とする。  
このとき、  
四角形 PQRS は平行四辺形であることを  
2通りの方法で証明せよ。  
ただし、平行四辺形になる条件は同じものを  
用いてはならない。



# 相似な図形 [中点連結定理]

## <演習問題>

四角形 ABCD について、  
辺 AB、辺 BC、辺 CD、辺 DA の中点を、  
それぞれ P、Q、R、S とする。  
このとき、  
四角形 PQRS は平行四辺形であることを  
2通りの方法で証明せよ。  
ただし、平行四辺形になる条件は同じものを  
用いてはならない。



## <解答例>

(重複する部分は一部省略している)

### -方法 I-

対角線 AC を引く。  
 $\triangle BAC$  について、  
仮定より、点 P は辺 AB の中点で、  
点 Q は辺 BC の中点なので、中点連結定理より、  
 $PQ = \frac{1}{2}AC$ ,  $PQ \parallel AC$  ……(1)  
同様に、 $\triangle DCA$  について  
 $RS = \frac{1}{2}AC$ ,  $RS \parallel AC$  ……(2)

(1)(2) より、  
 $PQ = RS$ ,  $PQ \parallel RS$   
したがって、  
1組の対辺が平行で、その長さが等しいので、  
四角形 PQRS は平行四辺形である。

### -方法 I'-

対角線 BD を引く。  
(方法 I と同様に中点連結定理を用いて)  
 $PS = \frac{1}{2}BD$ ,  $PS \parallel BD$  ……(1)  
 $QR = \frac{1}{2}BD$ ,  $QR \parallel BD$  ……(2)  
(1)(2) より、  
 $PS = QR$ ,  $PS \parallel QR$   
1組の対辺が平行で、その長さが等しいので、  
四角形 PQRS は平行四辺形である。

### -方法 II-

(方法 I および方法 I' と同じく)  
 $PQ \parallel RS$ ,  $PS \parallel QR$   
2組の対辺が平行なので、  
四角形 PQRS は平行四辺形である。

### -方法 III-

(方法 I および方法 I' と同じく)  
 $PQ = RS$ ,  $PS = QR$   
2組の対辺がそれぞれ等しいので、  
四角形 PQRS は平行四辺形である。

### -方法 IV-

PR と SQ の交点を O とする。  
 $\triangle OPQ$  と  $\triangle ORS$  について、  
(方法 I と同じく)  
 $PQ = RS$ ,  $PQ \parallel RS$  ……(1)  
(1) より、錯角が等しく  
 $\angle OQP = \angle OSR$  ……(2)  
 $\angle OPQ = \angle ORS$  ……(3)  
(1)(2)(3) より、  
1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、  
 $\triangle OPQ \cong \triangle ORS$   
よって、 $OP = OR$ ,  $OQ = OS$  より、  
対角線がそれぞれの中点で交わるので、  
四角形 PQRS は平行四辺形である。

### -方法 IV'-

PR と SQ の交点を O とする。  
(方法 I' と同じく)  
 $PS = QR$ ,  $PS \parallel QR$   
(方法 IV と同様に)  
 $\triangle OSP \cong \triangle OQR$   
 $OP = OR$ ,  $OQ = OS$   
対角線がそれぞれの中点で交わるので、  
四角形 PQRS は平行四辺形である。

### -方法 V-

対角線 AC と BD を引き、交点を E とする。  
PQ と BD の交点を T、QR と AC の交点を U、  
RS と BD の交点を V、SP と AC の交点を W とする。  
(方法 I および方法 I' と同じく)  
 $PQ \parallel RS \parallel AC$  ……(1)  
 $PS \parallel QR \parallel BD$  ……(2)  
(1)(2) から錯角、同位角は等しいので、  
 $\angle SRQ = \angle RUC = \angle DEC = \angle DTQ = \angle SPQ$   
よって、  
 $\angle SRQ = \angle SPQ$  ……(3)  
同様に、  
 $\angle PSR = \angle PQR$  ……(4)  
(3)(4) より、2組の対角の大きさがそれぞれ  
等しいので、四角形 PQRS は平行四辺形である。