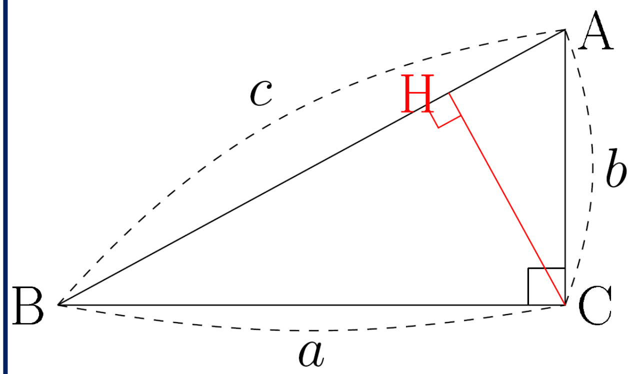
三平方の定理の証明

証明方法

三平方の定理には非常に多くの証明方法が存在

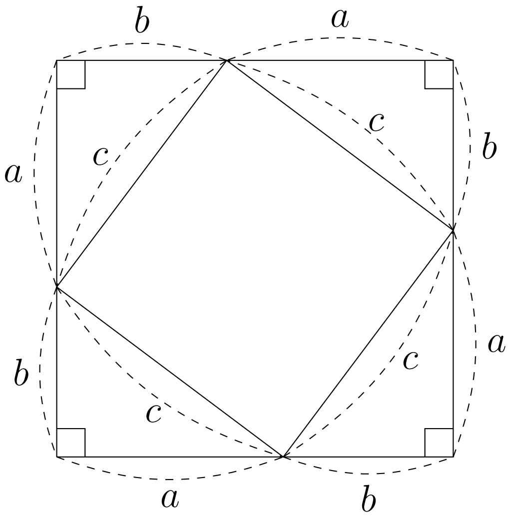
- -相似を利用
- -正方形の面積を利用
- -内部で三角形の3辺に接する円を利用 等

<相似を用いた証明>



$\angle ACB = 90^\circ$ の $\triangle ABC$ について、
点 C から辺 AB に垂線 CH を引くと、
共通な角なので $\angle ABC = \angle CBH$
直角、垂線から $\angle ACB = \angle CHB = 90^\circ$
2 組の角がそれぞれ等しいので $\triangle ABC \backsim \triangle CBH$
対応する辺の長さの比より、
$AB : BC = CB : BH$ より $BH = \frac{a^2}{c}$
同様に $\triangle ABC \backsim \triangle ACH$
$BA : AC = CA : AH$ より $AH = \frac{b^2}{c}$
$BH + AH = c$ から $\frac{a^2}{c} + \frac{b^2}{c} = c$
よって $a^2 + b^2 = c^2$

＜確認問題＞
合同な 4 つの直角三角形からなる
次の正方形を用いて、
三平方の定理を証明せよ。



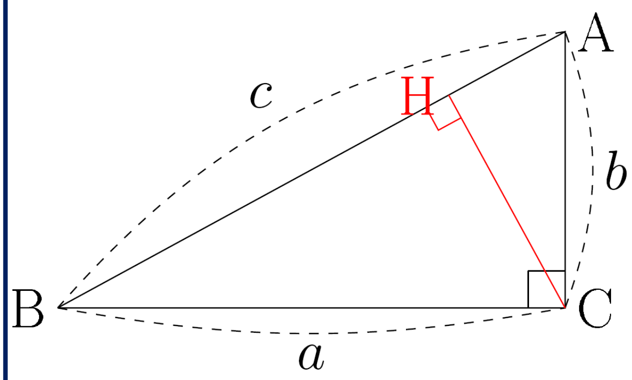
三平方の定理の証明

証明方法

三平方の定理には非常に多くの証明方法が存在

- 相似を利用
- 正方形の面積を利用
- 内部で三角形の3辺に接する円を利用 等

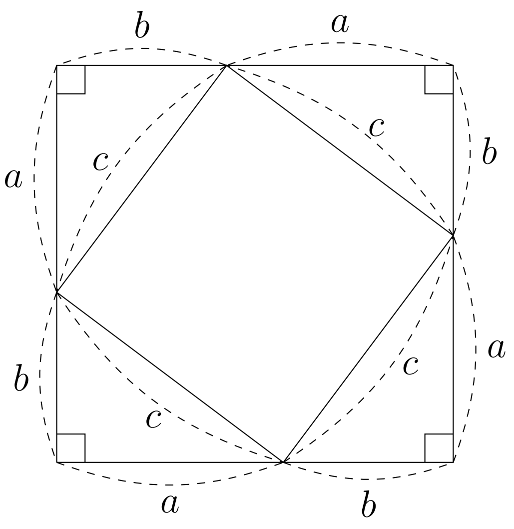
<相似を用いた証明>



$\angle$ACB$=90^\circ$ の △ABC について、
点 C から辺 AB に垂線 CH を引くと、
共通な角なので $\angle$ABC$=\angle$CBH
直角、垂線から $\angle$ACB$=\angle$CHB$=90^\circ$
2 組の角がそれぞれ等しいので △ABC∽△CBH
対応する辺の長さの比より、
AB : BC=CB : BH より BH$=\frac{a^2}{c}$
同様に △ABC∽△ACH
BA : AC=CA : AH より AH$=\frac{b^2}{c}$
BH+AH$=c$ から $\frac{a^2}{c}+\frac{b^2}{c}=c$
よって $a^2+b^2=c^2$

＜確認問題＞

合同な 4 つの直角三角形からなる
次の正方形を用いて、
三平方の定理を証明せよ。



＜解答例＞

正方形の 1 辺の長さは $(a+b)$ なので、
正方形の面積は
$(a+b)^2$
4 つの直角三角形の面積はそれぞれ、
$\frac{1}{2}ab$
ここで、
直角三角形の直角以外の角の和は
90° なので、
内側にできる四角形も正方形である。
内側の正方形の 1 辺の長さは c なので、
内側の正方形の面積は
c^2
外側の正方形の面積は、
内側の正方形の面積と
4 つの直角三角形の面積の和と等しいので、
$(a+b)^2=c^2+4\times\frac{1}{2}ab$
展開して式を整理すると、
$a^2+b^2=c^2$