相似な図形の面積比

相似比と面積比

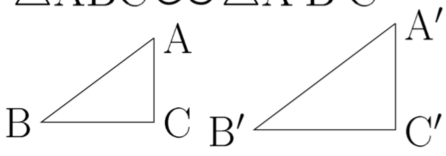
・**相似な図形の面積比**は、**相似比(対応する線分の長さの比)の2乗**に等しい

$\boxed{\text{相似比が } \underline{m:n} \text{ ならば、面積比は } \underline{m^2:n^2} \text{ である}}$

・相似な図形の周の長さの比は、相似比に等しい

<例>

$\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$



(三角形の面積)=(底辺)×(高さ)÷2

相似比 $m:n$ のとき、
相似比 $1:\frac{n}{m}$ なので、
対応する線分は $\frac{n}{m}$ 倍

底辺も高さも $\frac{n}{m}$ 倍

面積は $\frac{n^2}{m^2}$ 倍

・その他の多角形でも頂点と頂点を結んで複数の三角形に分割することで、説明できる
・円の場合
(円の面積)=(半径)×(半径)×(円周率)

相似比 $m:n$ → 相似比 $1:\frac{n}{m}$

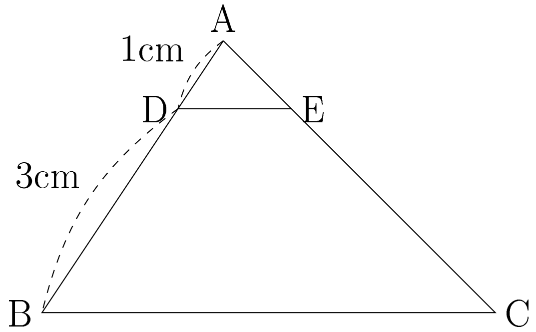
面積比 $m^2:n^2$ ← 面積比 $1:\frac{n^2}{m^2}$

<確認問題>

(1)　△ABC と △DEF は相似であり、
その相似比は 3 : 4 である。
△ABC と △DEF の面積比を答えよ。

(2)　△ABC と △DEF は相似であり、
CA= 5 cm、FD= 10 cm である。
△ABC= 20 cm^2 であるとき、
△DEF の面積を求めよ。

(3)　下の図のような △ABC がある。
点 D, E はそれぞれ辺 AB, AC 上の点で、
DE//BC である。
△ABC と四角形 DBCE の面積比を求めよ。



相似な図形の面積比

相似比と面積比

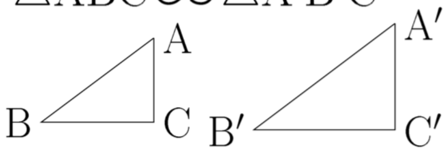
・**相似な図形の面積比**は、**相似比(対応する線分の長さの比)の2乗**に等しい

相似比が $\underline{m : n}$ ならば、面積比は $\underline{m^2 : n^2}$ である

・相似な図形の周の長さの比は、相似比に等しい

<例>

$\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$



(三角形の面積)=(底辺)×(高さ)÷2

相似比 $m : n$ のとき、
相似比 $1 : \frac{n}{m}$ なので、
対応する線分は $\frac{n}{m}$ 倍

底辺も高さも $\frac{n}{m}$ 倍

面積は $\frac{n^2}{m^2}$ 倍

・その他の多角形でも頂点と頂点を結んで複数の三角形に分割することで、説明できる
・円の場合
(円の面積)=(半径)×(半径)×(円周率)

相似比 $m : n$ → 相似比 $1 : \frac{n}{m}$
面積比 $m^2 : n^2$ ← 面積比 $1 : \frac{n^2}{m^2}$

＜確認問題＞

(1)　$\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ は相似であり、その相似比は $3 : 4$ である。
$\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ の面積比を答えよ。

相似比 $3 : 4$ より、
$3^2 : 4^2 = 9 : 16$

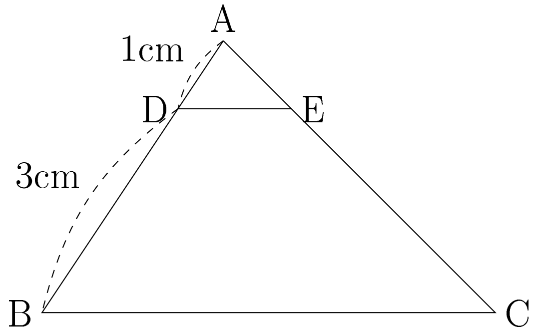
面積比 $9 : 16$

(2)　$\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ は相似であり、$CA = 5$ cm、$FD = 10$ cm である。
$\triangle ABC = 20$ cm^2 であるとき、
$\triangle DEF$ の面積を求めよ。

対応する辺の長さの比より、相似比は、
$CA : FD = 5 : 10 = 1 : 2$
面積比は、
$1^2 : 2^2 = 1 : 4$
$\triangle DEF$ の面積は
$20 \times \frac{4}{1} = 80$

$\triangle DEF$ の面積 80cm^2

(3)　下の図のような $\triangle ABC$ がある。
点D, Eはそれぞれ辺AB, AC上の点で、
$DE // BC$ である。
$\triangle ABC$ と四角形DBCEの面積比を求めよ。



$\triangle ADE$ と $\triangle ABC$ は、
$DE // BC$ から錯角が等しく、
$\angle ADE = \angle ABC$, $\angle AED = \angle ACB$
より、 2組の角がそれぞれ等しいので、相似である。
対応する線分の比から、相似比は、
$AD : AB = 1 : 4$
面積比は $1^2 : 4^2 = 1 : 16$
四角形DBCEの面積は
$\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ の差で求められるので、
$\triangle ABC$ と四角形DBCEの面積比は
$16 : (16 - 1) = 16 : 15$

面積比 $16 : 15$