相似な図形 [中点連結定理]

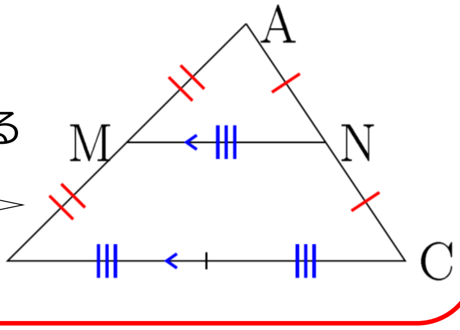
中点連結定理

2辺の中点同士を結ぶ線分

中点連結定理

-三角形の2辺の中点を結ぶ線分は、
残りの辺に平行で、長さはその半分である

$$\left.\begin{array}{l} AM=MB \\ AN=NC \end{array}\right\} \text{ならば} \left\{\begin{array}{l} MN/\!/BC \\ MN=\frac{1}{2}BC \end{array}\right.$$



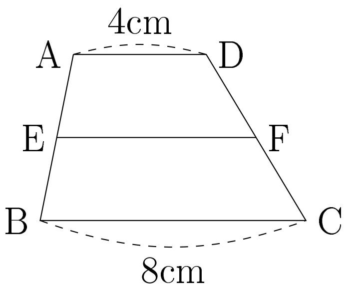
<導出> △AMN と △ABC について、
仮定より、
AM:AB=AN:AC= 1 : 2 ……(1)
共通な角なので、
∠MAN= ∠BAC ……(2)
したがって、(1)(2) より、
2 組の辺の比と
その間の角がそれぞれ等しいので、
△AMN∽△ABC

対応する角の大きさは等しいので、
∠AMN= ∠ABC より
同位角が等しいことから、
MN//BC
対応する線分の比より、
MN:BC= 1 : 2
よって $MN=\frac{1}{2}BC$

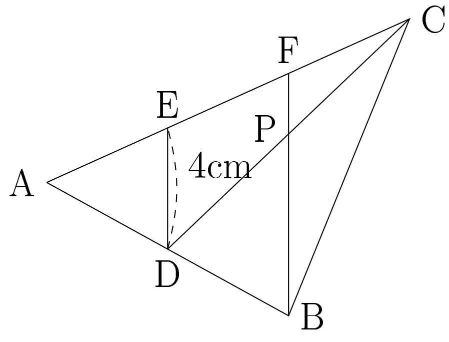
三角形と線分の比(2)の
具体的なケースが中点連結定理

<確認問題>

(1)
図は AD//BC の台形 ABCD である。
辺 AB の中点を E とし、
E を通る辺 BC と平行な直線をひき、
CD との交点を点 F とする。
EF の長さを求めよ。



(2)
図のような △ABC があり、
点 D は辺 AB の中点、
点 E と点 F は辺 AC を 3 等分する点である。
DC と BF の交点を P とするとき、
BP の長さを求めよ。



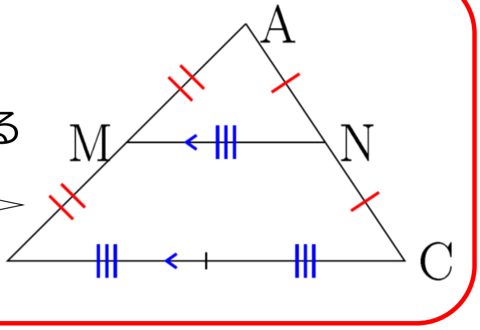
中点連結定理

2辺の中点同士を結ぶ線分

中点連結定理

-三角形の2辺の中点を結ぶ線分は、
残りの辺に平行で、長さはその半分である

$$\left.\begin{array}{l} AM=MB \\ AN=NC \end{array}\right\} \text{ならば} \left\{\begin{array}{l} MN/\!/BC \\ MN=\frac{1}{2}BC \end{array}\right.$$



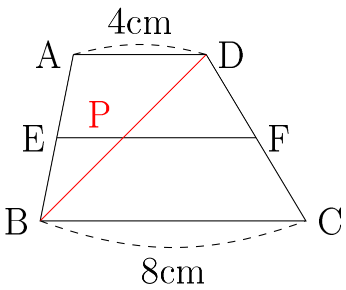
＜導出＞ △AMN と △ABC について、
仮定より、
AM:AB=AN:AC= 1 : 2 ……(1)
共通な角なので、
∠MAN= ∠BAC ……(2)
したがって、(1)(2) より、
2 組の辺の比と
その間の角がそれぞれ等しいので、
△AMN∽△ABC

対応する角の大きさは等しいので、
∠AMN= ∠ABC より
同位角が等しいことから、
MN//BC
対応する線分の比より、
MN:BC= 1 : 2
よって $MN=\frac{1}{2}BC$

三角形と線分の比(2)の
具体的なケースが中点連結定理

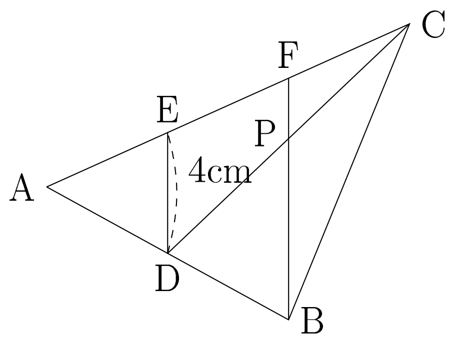
＜確認問題＞

(1)
図は AD//BC の台形 ABCD である。
辺 AB の中点を E とし、
E を通る辺 BC と平行な直線をひき、
CD との交点を点 F とする。
EF の長さを求めよ。



BD と EF との交点を P とする。
△BDA について、
AD//EF と線分比 BE:EA= 1 : 1 から
BP=PD, BE=EA より、
中点連結定理から $EP=\frac{1}{2}AD=2$
△DBC についいも同様に、
中点連結定理から $PF=\frac{1}{2}BC=4$
したがって EF=EP+PF= 2 + 4 = 6
EF= 6 cm

(2)
図のような △ABC があり、
点 D は辺 AB の中点、
点 E と点 F は辺 AC を 3 等分する点である。
DC と BF の交点を P とするとき、
BP の長さを求めよ。



△ABF について、
仮定より AD=DB, AE=EF より、
中点連結定理から BF= 2DE= 8
また、BF//DE となることから
△CED についいも同様に、
BF//DE と線分比 CF:FE= 1 : 1 から
CP=PD, CF=FE より、
中点連結定理から $PF=\frac{1}{2}DE=2$
したがって BP=BF−PF= 8 − 2 = 6
BF= 6 cm