

三角形の相似と証明

相似と証明

三角形の合同の証明と同様に、

三角形の相似条件を用いて相似を証明する

-3組の辺の比がすべて等しい

-2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい

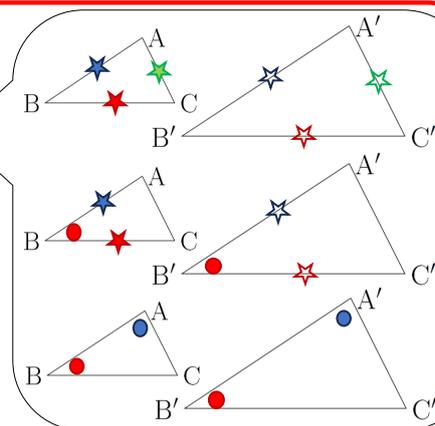
-2組の角がそれぞれ等しい

相似であることを明らかにすれば、

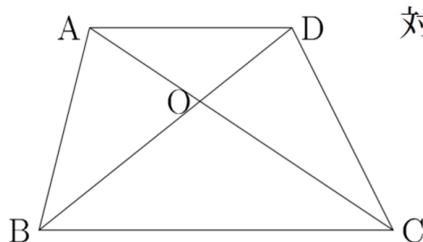
相似な図形の性質を用いることができる

-対応する線分の長さの比は等しい

-対応する角の大きさは等しい



<例>



AD//BCである四角形 ABCD について、

対角線の交点を O とするとき、 $\triangle OAD \sim \triangle OCB$ を証明せよ。

[証明]

$\triangle OAD$ と $\triangle OCB$ について、

仮定より、AD//BC から

錯角の大きさが等しいので、

$\angle OAD = \angle OCB$ ……(1)

$\angle ODA = \angle OBC$ ……(2)

したがって、(1)(2) より、
2組の角がそれぞれ等しいので、
 $\triangle OAD \sim \triangle OCB$

<確認問題>

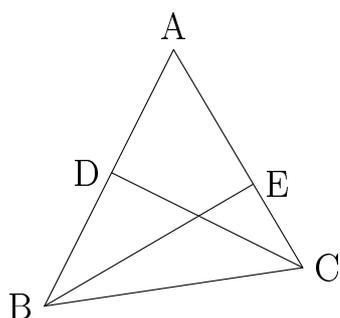
(1)

図のような $\triangle ABC$ がある。

点 C から辺 AB に垂線を引き、交点を点 D とする。

点 B から辺 AC に垂線を引き、交点を点 E とする。

このとき $\triangle ADC \sim \triangle AEB$ であることを証明せよ。



(2)

図のような $\triangle ABC$ がある。

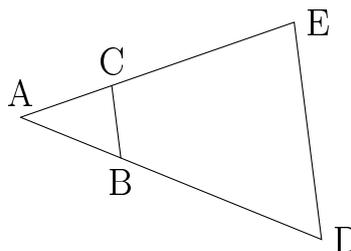
点 D は $\triangle ABC$ の辺 AB の延長上にあり、

AD = 3AB である。

点 E は $\triangle ABC$ の辺 AC の延長上にあり、

AE = 3AC である。

このとき $AB:AD = BC:DE$ であることを証明せよ。



三角形の相似と証明

相似と証明

三角形の合同の証明と同様に、

三角形の相似条件を用いて相似を証明する

-3組の辺の比がすべて等しい

-2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい

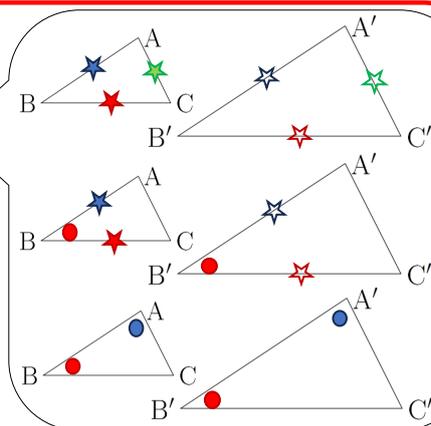
-2組の角がそれぞれ等しい

相似であることを明らかにすれば、

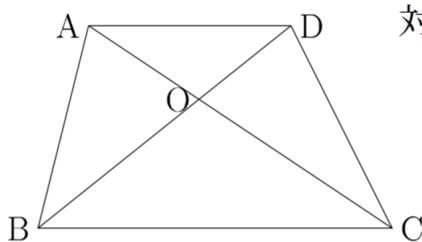
相似な図形の性質を用いることができる

-対応する線分の長さの比は等しい

-対応する角の大きさは等しい



<例>



AD//BC である四角形 ABCD について、

対角線の交点を O とするとき、 $\triangle OAD \sim \triangle OCB$ を証明せよ。

[証明]

$\triangle OAD$ と $\triangle OCB$ について、

仮定より、AD//BC から

錯角の大きさが等しいので、

$$\angle OAD = \angle OCB \cdots \cdots (1)$$

$$\angle ODA = \angle OBC \cdots \cdots (2)$$

したがって、(1)(2) より、
2組の角がそれぞれ等しいので、
 $\triangle OAD \sim \triangle OCB$

<確認問題>

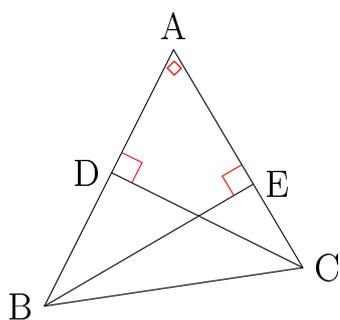
(1)

図のような $\triangle ABC$ がある。

点 C から辺 AB に垂線を引き、交点を点 D とする。

点 B から辺 AC に垂線を引き、交点を点 E とする。

このとき $\triangle ADC \sim \triangle AEB$ であることを証明せよ。



<解答例>

$\triangle ADC$ と $\triangle AEB$ について、

仮定より、垂線から、

$$\angle ADC = \angle AEB = 90^\circ \cdots \cdots (1)$$

共通な角なので、 $\angle DAC = \angle EAB \cdots \cdots (2)$

(1)(2) より、2組の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ADC \sim \triangle AEB$$

(2)

図のような $\triangle ABC$ がある。

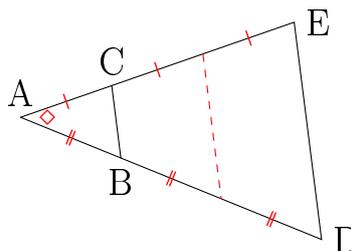
点 D は $\triangle ABC$ の辺 AB の延長上にあり、

AD = 3AB である。

点 E は $\triangle ABC$ の辺 AC の延長上にあり、

AE = 3AC である。

このとき AB:AD = BC:DE であることを証明せよ。



<解答例>

$\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ について、

仮定より、

$$AB:AD = AB:3AB = 1:3 \cdots \cdots (1)$$

$$AC:AE = AC:3AC = 1:3 \cdots \cdots (2)$$

共通な角なので、 $\angle BAC = \angle DAE \cdots \cdots (3)$

(1)(2)(3) より、2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ABC \sim \triangle ADE$$

対応する辺の長さの比は等しいので、

$$AB:AD = BC:DE$$