

関数 $y=ax^2$ の変域

y が x の2乗に比例する関数の変域

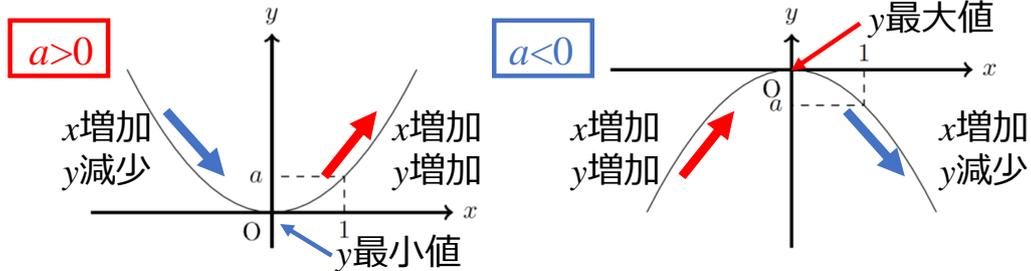
y が x の2乗に比例する関数では、

比例定数 a の正負及び x の範囲によって y の値の変化が異なる

→ 比例定数 a の正負及び x の変域に 0 を含むかどうかで y の変域の取り方が異なる

- $x=0$ を含まない場合は、 x の変域の両端の値で y の変域の両端が決まる

- $x=0$ を含む場合は、 $a > 0$ なら y の最小値が 0 、 $a < 0$ なら y の最大値が 0



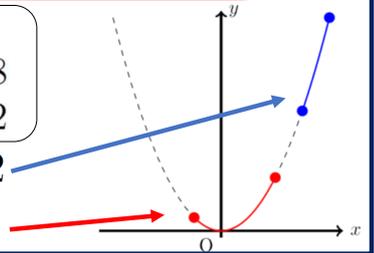
<例>

関数 $y = 2x^2$ について

x の変域が $3 \leq x \leq 4$ のとき y の変域は $18 \leq y \leq 32$

x の変域が $-1 \leq x \leq 2$ のとき y の変域は $0 \leq y \leq 8$

$$\begin{aligned} x = 2 \text{ のとき } y &= 2 \times 2^2 = 8 \\ x = 3 \text{ のとき } y &= 2 \times 3^2 = 18 \\ x = 4 \text{ のとき } y &= 2 \times 4^2 = 32 \end{aligned}$$



<確認問題>

(1) 関数 $y = 3x^2$ について、
 x の変域が $-3 \leq x \leq 2$ であるとき、
 y の変域を求めよ。

(3) 関数 $y = -5x^2$ について、
 x の変域が $-2 \leq x \leq 3$ であるとき、
 y の変域を求めよ。

(2) 関数 $y = -x^2$ について、
 x の変域が $1 \leq x \leq 3$ であるとき、
 y の変域を求めよ。

(4) 関数 $y = -3x^2$ について、
 x の変域が $-2 \leq x \leq -1$ であるとき、
 y の変域を求めよ。

関数 $y=ax^2$ の変域

y が x の2乗に比例する関数の変域

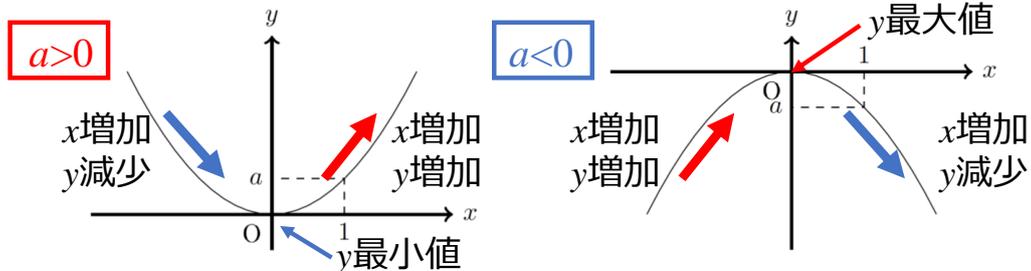
y が x の2乗に比例する関数では、

比例定数 a の正負及び x の範囲によって y の値の変化が異なる

→ 比例定数 a の正負及び x の変域に 0 を含むかどうかで y の変域の取り方が異なる

- $x=0$ を含まない場合は、 x の変域の両端の値で y の変域の両端が決まる

- $x=0$ を含む場合は、 $a > 0$ なら y の最小値が 0 、 $a < 0$ なら y の最大値が 0



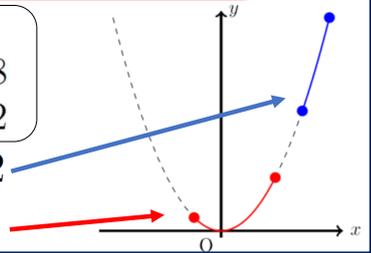
<例>

関数 $y = 2x^2$ について

x の変域が $3 \leq x \leq 4$ のとき y の変域は $18 \leq y \leq 32$

x の変域が $-1 \leq x \leq 2$ のとき y の変域は $0 \leq y \leq 8$

$$\begin{aligned} x = 2 \text{ のとき } y &= 2 \times 2^2 = 8 \\ x = 3 \text{ のとき } y &= 2 \times 3^2 = 18 \\ x = 4 \text{ のとき } y &= 2 \times 4^2 = 32 \end{aligned}$$



<確認問題>

- (1) 関数 $y = 3x^2$ について、
 x の変域が $-3 \leq x \leq 2$ であるとき、
 y の変域を求めよ。

x の変域に $x = 0$ が含まれ、
グラフは上に開いた形となるため、
最小値は $x = 0$ のとき $y = 3 \times 0^2 = 0$
最大値は $x = -3$ のとき $y = 3 \times (-3)^2 = 27$
したがって $0 \leq y \leq 27$
 $0 \leq y \leq 27$

- (2) 関数 $y = -x^2$ について、
 x の変域が $1 \leq x \leq 3$ であるとき、
 y の変域を求めよ。

最小値は $x = 3$ のとき $y = -1 \times 3^2 = -9$
最大値は $x = 1$ のとき $y = -1 \times 1^2 = -1$
したがって $-9 \leq y \leq -1$
 $-9 \leq y \leq -1$

- (3) 関数 $y = -5x^2$ について、
 x の変域が $-2 \leq x \leq 3$ であるとき、
 y の変域を求めよ。

x の変域に $x = 0$ が含まれ、
グラフは下に開いた形となるため、
最小値は $x = 3$ のとき $y = -5 \times 3^2 = -45$
最大値は $x = 0$ のとき $y = -5 \times 0^2 = 0$
したがって $-45 \leq y \leq 0$
 $-45 \leq y \leq 0$

- (4) 関数 $y = -3x^2$ について、
 x の変域が $-2 \leq x \leq -1$ であるとき、
 y の変域を求めよ。

最小値は $x = -2$ のとき $y = -3 \times (-2)^2 = -12$
最大値は $x = -1$ のとき $y = -3 \times (-1)^2 = -3$
したがって $-12 \leq y \leq -3$
 $-12 \leq y \leq -3$