

平方根の活用(1)

根号をふくむ数と式の値

- ・根号をふくむ数を**代入**し、**式の値**を求める
 - 式にそのまま代入
 - 式を整理(因数分解など)してから代入

<例> $x = \sqrt{2} + 1$ のとき、 $x^2 - 2x + 1$ の値

式を整理して代入

$$\begin{aligned} x^2 - 2x + 1 &= (x - 1)^2 \\ &= \left\{ (\sqrt{2} + 1) - 1 \right\}^2 \\ &= (\sqrt{2})^2 \\ &= 2 \end{aligned}$$

計算が楽!

そのまま代入

$$\begin{aligned} x^2 - 2x + 1 &= (\sqrt{2} + 1)^2 - 2(\sqrt{2} + 1) + 1 \\ &= 2 + 2\sqrt{2} + 1 - 2\sqrt{2} - 2 + 1 \\ &= 2 \end{aligned}$$

項が多く**計算ミス**の可能性が高くなる

式を整理してから代入する方が楽なことが多い

式の整理が見つからないなら、そのまま代入でも同じ式の値が求められる

<確認問題>

次の計算をせよ。

(1) $x = \sqrt{3} - 2$ のとき、
 $x^2 + 4x + 4$ の値を求めよ。

(3) $x = \sqrt{5} - 2$ のとき、
 $x^2 + 5x + 6$ の値を求めよ。

(2) $x = \sqrt{5} - 3$ のとき、
 $x^2 - 9$ の値を求めよ。

(4) $x = \sqrt{7} + 8$ のとき、
 $x^2 - 16x + 64$ の値を求めよ。

平方根の活用(1)

根号をふくむ数と式の値

- ・根号をふくむ数を代入し、式の値を求める
 - 式にそのまま代入
 - 式を整理(因数分解など)してから代入

<例> $x = \sqrt{2} + 1$ のとき、 $x^2 - 2x + 1$ の値

式を整理して代入

$$\begin{aligned} x^2 - 2x + 1 &= (x - 1)^2 \\ &= \left\{ (\sqrt{2} + 1) - 1 \right\}^2 \\ &= (\sqrt{2})^2 \\ &= 2 \end{aligned}$$

計算が楽!

そのまま代入

$$\begin{aligned} x^2 - 2x + 1 &= (\sqrt{2} + 1)^2 - 2(\sqrt{2} + 1) + 1 \\ &= 2 + 2\sqrt{2} + 1 - 2\sqrt{2} - 2 + 1 \\ &= 2 \end{aligned}$$

項が多く計算ミスの可能性が高くなる

式を整理してから代入する方が楽なことが多い

式の整理が見つからないなら、そのまま代入でも同じ式の値が求められる

<確認問題>

次の計算をせよ。

(1) $x = \sqrt{3} - 2$ のとき、
 $x^2 + 4x + 4$ の値を求めよ。

$$\begin{aligned} x^2 + 4x + 4 &= (x + 2)^2 \\ &= \left\{ (\sqrt{3} - 2) + 2 \right\}^2 \\ &= (\sqrt{3})^2 \\ &= 3 \end{aligned}$$

(2) $x = \sqrt{5} - 3$ のとき、
 $x^2 - 9$ の値を求めよ。

$$\begin{aligned} x^2 - 9 &= (x + 3)(x - 3) \\ &= \left\{ (\sqrt{5} - 3) + 3 \right\} \left\{ (\sqrt{5} - 3) - 3 \right\} \\ &= \sqrt{5}(\sqrt{5} - 6) \\ &= 5 - 6\sqrt{5} \end{aligned}$$

(3) $x = \sqrt{5} - 2$ のとき、
 $x^2 + 5x + 6$ の値を求めよ。

$$\begin{aligned} x^2 + 5x + 6 &= (x + 2)(x + 3) \\ &= \left\{ (\sqrt{5} - 2) + 2 \right\} \left\{ (\sqrt{5} - 2) + 3 \right\} \\ &= \sqrt{5}(\sqrt{5} + 1) \\ &= 5 + \sqrt{5} \end{aligned}$$

(4) $x = \sqrt{7} + 8$ のとき、
 $x^2 - 16x + 64$ の値を求めよ。

$$\begin{aligned} x^2 - 16x + 64 &= (x - 8)^2 \\ &= \left\{ (\sqrt{7} + 8) - 8 \right\}^2 \\ &= (\sqrt{7})^2 \\ &= 7 \end{aligned}$$