## 文字を使った証明

展開や因数分解を用いた数の性質の証明

数の性質を文字を使って一般的に説明する

- 二年生で学習した文字を使った説明と同様
- 二年生の内容と違うのは、計算の中に展開や因数分解が登場

＜例＞ 連続する3つの整数において、
最も大きい数の2乗から最も小さい数の2乗を引くと、
真ん中の数の4倍になることを証明しよう。

| | |
|---|---|
| 文字を設定 | 連続する 3 つの整数のうち、真ん中の数を $n$ とすると、連続する 3 つの整数は、$n-1, n, n+1$ と表される。 |
| 展開や因数分解を含む計算から結論へ | 最も大きい数の 2 乗から最も小さい数の 2 乗を引くと、$(n+1)^2-(n-1)^2=(n^2+2n+1)-(n^2-2n+1)=4n$ $n$ は真ん中の数なので、$4n$ は真ん中の数の 4 倍である。 |
| 改めて結論 | したがって、連続する 3 つの整数において、最も大きい数の 2 乗から最も小さい数の 2 乗を引くと、真ん中の数の 4 倍になる。 |

＜確認問題＞

(1)
連続する 3 つの偶数について、
最も大きい偶数の 2 乗から
最も小さい偶数の 2 乗を引くと
真ん中の偶数の 8 倍になることを証明せよ。

(2)
真ん中の数が奇数である
連続する 3 つの整数がある。
この 3 つの整数について、
最も大きい数と最も小さい数の積に 1 を加えた数は
真ん中の奇数の 2 乗になること証明せよ。

# 展開と因数分解 [数の性質の証明]

## 文字を使った証明

**展開や因数分解を用いた数の性質の証明**

数の性質を文字を使って一般的に説明する

- 二年生で学習した文字を使った説明と同様
- 二年生の内容と違うのは、計算の中に展開や因数分解が登場

＜例＞ 連続する3つの整数において、
最も大きい数の2乗から最も小さい数の2乗を引くと、
真ん中の数の4倍になることを証明しよう。

| | |
|---|---|
| 文字を設定 | 連続する 3 つの整数のうち、真ん中の数を $n$ とすると、連続する 3 つの整数は、$n-1, n, n+1$ と表される。 |
| 展開や因数分解を含む計算から結論へ | 最も大きい数の 2 乗から最も小さい数の 2 乗を引くと、$(n+1)^2-(n-1)^2=(n^2+2n+1)-(n^2-2n+1)=4n$ <br> $n$ は真ん中の数なので、$4n$ は真ん中の数の 4 倍である。 |
| 改めて結論 | したがって、連続する 3 つの整数において、最も大きい数の 2 乗から最も小さい数の 2 乗を引くと、真ん中の数の 4 倍になる。 |

＜確認問題＞

(1)
連続する 3 つの偶数について、
最も大きい偶数の 2 乗から
最も小さい偶数の 2 乗を引くと
真ん中の偶数の 8 倍になることを証明せよ。

＜解答例＞

$n$ を整数とすると、
連続する 3 つの偶数は、
$2n-2,\ 2n,\ 2n+2$
と表される。
最も大きい偶数の 2 乗から
最も小さい偶数の 2 乗を引くと
$(2n+2)^2-(2n-2)^2$
$\quad=(4n^2+8n+4)-(4n^2-8n+4)$
$\quad=16n$
$\quad=8\times 2n$
ここで、$2n$ は真ん中の偶数なので、
$8\times 2n$ は真ん中の偶数の 8 倍である。
したがって、
連続する 3 つの偶数について、
最も大きい偶数の 2 乗から
最も小さい偶数の 2 乗を引くと
真ん中の偶数の 8 倍になる。

(2)
真ん中の数が奇数である
連続する 3 つの整数がある。
この 3 つの整数について、
最も大きい数と最も小さい数の積に 1 を加えた数は
真ん中の奇数の 2 乗になること証明せよ。

＜解答例＞

$n$ を整数とすると、
真ん中の数が奇数である連続する 3 つの整数は、
$2n,\ 2n+1,\ 2n+2$
と表される。
最も大きい数と最も小さい数の積に 1 加えた数は
$2n(2n+2)+1$
$\quad=4n^2+4n+1$
$\quad=(2n)^2+2\times 1\times 2n+1^2$
$\quad=(2n+1)^2$
ここで、$2n+1$ は真ん中の奇数なので、
$(2n+1)^2$ は真ん中の奇数の 2 乗である。
したがって、
真ん中の数が奇数である
連続する 3 つの整数について、
最も大きい数と最も小さい数の積に 1 を加えた数は
真ん中の奇数の 2 乗になる。