

いろいろな因数分解(1)

式の一部を置き換えると見つけやすい因数分解

$$[1] \underline{x^2} + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$$

$$[2] \underline{x^2} + 2ax + \underline{a^2} = (x + a)^2$$

$$[3] \underline{x^2} - 2ax + \underline{a^2} = (x - a)^2$$

$$[4] \underline{x^2} - \underline{a^2} = (x + a)(x - a)$$

この形なら
因数分解が容易

x の2乗や a の2乗の項に注意し、式中の一部を置き換えて因数分解

<例>

$$\begin{aligned}
 4x^2 + 4x + 1 &= \underline{(2x)^2} + 2 \times \underline{(2x)} + 1 & \underline{(x+1)^2} + 6\underline{(x+1)} + 5 &= \underline{M^2} + \underline{6M} + 5 \times \\
 &= \underline{M^2} + \underline{2M} + 1 & &= (M + 1)(M + 5) \\
 &= (M + 1)^2 & &= (x + 1 + 1)(x + 1 + 5) \\
 &= (2x + 1)^2 & &= (x + 2)(x + 6)
 \end{aligned}$$

※この例は先に展開、式を整理し、最後に因数分解でもOK
しかし、展開すると因数分解が難しくなる問題もあるので注意!

<確認問題>

次の式を因数分解せよ。

(1) $9x^2 + 12x + 4$

(4) $(2x + 1)x + (2x + 1)y$

(2) $25x^2 - 1$

(5) $(x + 3)^2 + 4(x + 3) + 3$

(3) $4x^2 + 4x - 15$

(6) $(x - y)^2 - 16$

いろいろな因数分解(1)

式の一部を置き換えると見つけやすい因数分解

$$[1] \underline{x^2} + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$$

$$[2] \underline{x^2} + 2ax + \underline{a^2} = (x + a)^2$$

$$[3] \underline{x^2} - 2ax + \underline{a^2} = (x - a)^2$$

$$[4] \underline{x^2} - \underline{a^2} = (x + a)(x - a)$$

この形なら
因数分解が容易

x の2乗や a の2乗の項に注意し、式中の一部を置き換えて因数分解

<例>

$$\begin{aligned} 4x^2 + 4x + 1 &= \underline{(2x)^2} + 2 \times \underline{(2x)} + 1 & \underline{(x+1)^2} + 6\underline{(x+1)} + 5 &= \underline{M^2} + \underline{6M} + 5 \quad \times \\ &= \underline{M^2} + \underline{2M} + 1 & &= (M + 1)(M + 5) \\ &= (M + 1)^2 & &= (x + 1 + 1)(x + 1 + 5) \\ &= (2x + 1)^2 & &= (x + 2)(x + 6) \end{aligned}$$

※この例は先に展開、式を整理し、最後に因数分解でもOK
しかし、展開すると因数分解が難しくなる問題もあるので注意！

<確認問題>

次の式を因数分解せよ。

(1) $9x^2 + 12x + 4$

$3x = M$ とおくと

$$\begin{aligned} 9x^2 + 12x + 4 &= (3x)^2 + 4 \times (3x) + 4 \\ &= M^2 + 4M + 4 \\ &= (M + 2)^2 \\ &= (3x + 2)^2 \end{aligned}$$

(2) $25x^2 - 1$

$5x = M$ とおくと

$$\begin{aligned} 25x^2 - 1 &= (5x)^2 - 1 \\ &= M^2 - 1 \\ &= (M + 1)(M - 1) \\ &= (5x + 1)(5x - 1) \end{aligned}$$

(3) $4x^2 + 4x - 15$

$2x = M$ とおくと

$$\begin{aligned} 4x^2 + 4x - 15 &= (2x)^2 + 2 \times (2x) - 15 \\ &= M^2 + 2M - 15 \\ &= (M + 5)(M - 3) \\ &= (2x + 5)(2x - 3) \end{aligned}$$

(4) $(2x + 1)x + (2x + 1)y$
 $2x + 1 = M$ とおくと

$$\begin{aligned} (2x + 1)x + (2x + 1)y &= Mx + My \\ &= M(x + y) \\ &= (2x + 1)(x + y) \end{aligned}$$

(5) $(x + 3)^2 + 4(x + 3) + 3$
 $x + 3 = M$ とおくと

$$\begin{aligned} (x + 3)^2 + 4(x + 3) + 3 &= M^2 + 4M + 3 \\ &= (M + 3)(M + 1) \\ &= (x + 6)(x + 4) \end{aligned}$$

(6) $(x - y)^2 - 16$
 $x - y = M$ とおくと

$$\begin{aligned} (x - y)^2 - 16 &= M^2 - 16 \\ &= (M + 4)(M - 4) \\ &= (x - y + 4)(x - y - 4) \end{aligned}$$