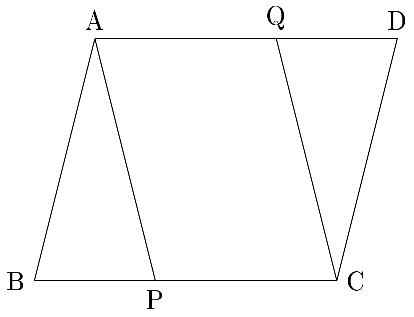
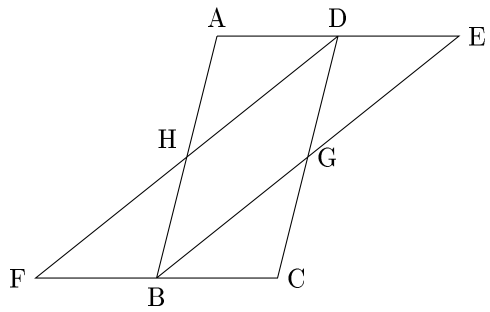
三角形と四角形 [平行四辺形になる条件]

＜演習問題＞

(1)
次の図において、
四角形 ABCD は平行四辺形である。
辺 BC 上に AB=AP となる点 P をとり、
辺 DA 上に CD=CQ となる点 Q をとる。
このとき、
四角形 APCQ は平行四辺形になることを証明せよ。



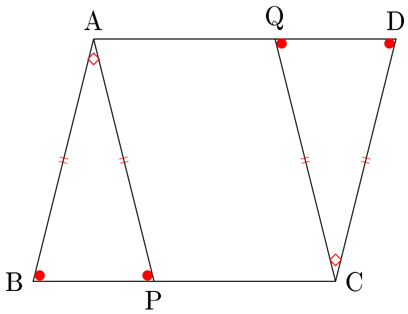
(2)
次の図において、
四角形 ABCD は平行四辺形である。
辺 AD の延長上に AD=DE となる点 E を、
辺 CB の延長上に CB=BF となる点 F を、
それぞれとり、BE と CD との交点を G、
DF と AB との交点を H とする。
このとき、
四角形 HBGD が平行四辺形になることを証明せよ。



三角形と四角形 [平行四辺形になる条件]

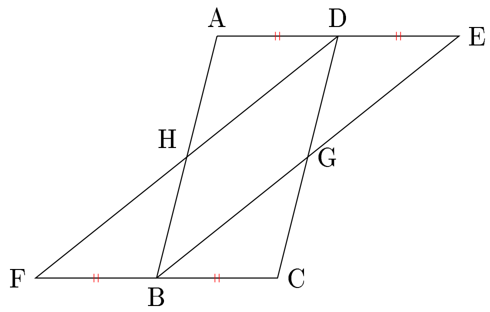
＜演習問題＞

(1)
次の図において、
四角形 ABCD は平行四辺形である。
辺 BC 上に AB=AP となる点 P をとり、
辺 DA 上に CD=CQ となる点 Q をとる。
このとき、
四角形 APCQ は平行四辺形になることを証明せよ。



＜解答例＞
△ABP と △CDQ について、
仮定より、四角形 ABCD は平行四辺形なので、
対辺の長さは等しく、対角の大きさは等しいので、
AB=CD ……(1)
∠ABP= ∠CDQ ……(2)
仮定より、
AB=AP ……(3)
CD=CQ ……(4)
(1)(3)(4) より、
AP=CQ ……(5)
(3)(4) より、
二等辺三角形の底角の大きさは等しいので、
∠ABP= ∠APB ……(6)
∠CDQ= ∠CQD ……(7)
ここで、
∠BAP
= 180° − ∠ABP−∠APB
= 180° − 2∠ABP
= 180° − 2∠CDQ
= 180° − ∠CDQ−∠CQD
= ∠DCQ
よって、
∠BAP= ∠DCQ ……(8)
したがって、(1)(5)(8) より、
2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので、
△ABP≡ △CDQ
対応する辺の長さは等しく、
BP=DQ ……(9)
四角形 ABCD は平行四辺形なので、
対辺は平行で、長さは等しく、
AD=CB ……(10)
AD//CB ……(11)
(9)(10) より、
AQ=AD−DQ=CB−BP=CP
よって、
AQ=CP ……(12)
(11) および辺上の点より、
AQ//CP ……(13)
したがって、(12)(13) より、
1 組の対辺が平行でその長さが等しいので、
四角形 APCQ は平行四辺形である。

(2)
次の図において、
四角形 ABCD は平行四辺形である。
辺 AD の延長上に AD=DE となる点 E を、
辺 CB の延長上に CB=BF となる点 F を、
それぞれとり、BE と CD との交点を G、
DF と AB との交点を H とする。
このとき、
四角形 HBGD が平行四辺形になることを証明せよ。



＜解答例＞
仮定より、四角形 ABCD は平行四辺形なので、
対辺は平行で、長さは等しく、
AD=CB ……(1)
AD//BC ……(2)
AB//CD ……(3)
四角形 DFBE について、仮定より、
AD=DE ……(4)
CB=BF ……(5)
(1)(4)(5) より、
DE=BF ……(6)
(2) および辺の延長上の点より、
DE//FB ……(7)
(6)(7) より、
1 組の対辺が平行でその長さが等しいので、
四角形 DFBE は平行四辺形である。
平行四辺形の対辺は平行なので、
DF//EB ……(8)
四角形 HBGD について、
(3)(8) および辺上の点より、
HB//DG ……(9)
DH//GB ……(10)
したがって、(9)(10) より、
2 組の対辺が平行なので、
四角形 HBGD は平行四辺形である。