

三角形の合同と証明

合同と証明

三角形の合同条件を用いて合同を証明する

- 3組の辺がそれぞれ等しい
- 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい
- 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい

合同であることを明らかにすれば、**合同な図形の性質**を用いることができる

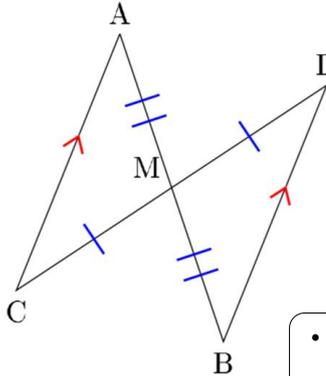
- 対応する線分の長さは等しい
- 対応する角の大きさは等しい

三角形(3つの辺と3つの角)

→合同は**特定の3つで証明**できる

→残った3つも等しい!

<例>



点Mが線分ABおよび線分CDそれぞれの midpoint ならば $AC \parallel DB$ であることを証明せよ。

— 仮定
— 結論

<証明例>

$\triangle MAC$ と $\triangle MBD$ において

仮定より $AM = BM$ ……(1)

$CM = DM$ ……(2)

対頂角は等しいから

$\angle AMC = \angle BMD$ ……(3)

(1)(2)(3) より

2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので

$\triangle MAC \cong \triangle MBD$

合同な図形では対応する角の大きさが等しいので

$\angle MAC = \angle MBD$

よって、錯角が等しいので $AC \parallel DB$

(証明終)

- ・注目している個所を記述
- ・使った数学の前提を記述し、根拠に番号付け

<確認問題>

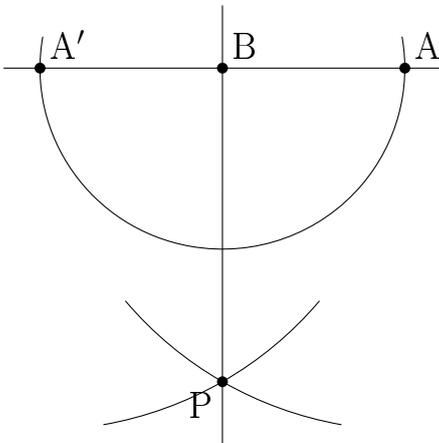
次の図は直線BAについて、
点Bを通る垂線を作図したものある。

まず、 $BA = BA'$ となるように
直線BA上に点A'をとる。

次に、直線BA上にないところに
 $AP = A'P$ となるように点Pをとる。

点Bと点Pを通る直線を引く。

この作図手順によって得られる直線BPが
直線BAの垂線であることを、
三角形の合同を用いて証明せよ。



三角形の合同と証明

合同と証明

三角形の合同条件を用いて合同を証明する

- 3組の辺がそれぞれ等しい
- 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい
- 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい

合同であることを明らかにすれば、**合同な図形の性質**を用いることができる

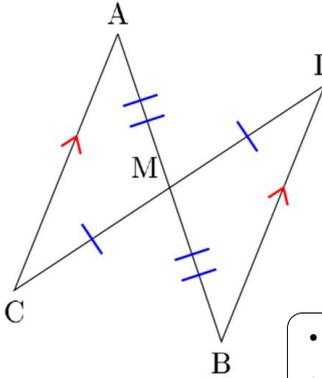
- 対応する線分の長さは等しい
- 対応する角の大きさは等しい

三角形(3つの辺と3つの角)

→合同は**特定の3つで証明**できる

→**残った3つも等しい!**

<例>



点 M が線分 AB および線分 CD それぞれの**中点** ならば
 $AC \parallel DB$ であることを証明せよ。

— 仮定
 — 結論

<証明例>

$\triangle MAC$ と $\triangle MBD$ において
 仮定より $AM=BM$ ……(1)

$CM=DM$ ……(2)

対頂角は等しいから

$\angle AMC = \angle BMD$ ……(3)

(1)(2)(3) より

2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので

$\triangle MAC \cong \triangle MBD$

合同な図形では対応する角の大きさが等しいので

$\angle MAC = \angle MBD$

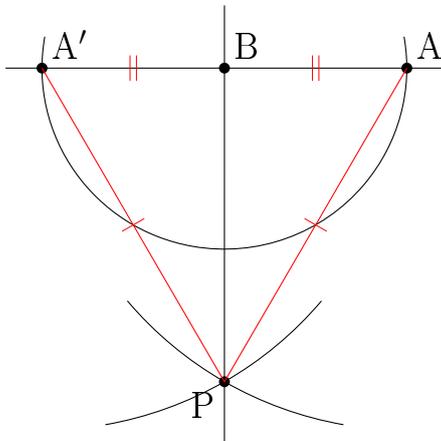
よって、錯角が等しいので $AC \parallel DB$

(証明終)

- ・注目している個所を記述
- ・使った数学の前提を記述し、根拠に番号付け

<確認問題>

次の図は直線 BA について、
 点 B を通る垂線を作図したものがある。
 まず、 $BA=BA'$ となるように
 直線 BA 上に点 A' をとる。
 次に、直線 BA 上にないところに
 $AP=A'P$ となるように点 P をとる。
 点 B と点 P を通る直線を引く。
 この作図手順によって得られる直線 BP が
 直線 BA の垂線であることを、
 三角形の合同を用いて証明せよ。



<解答例>

点 P と点 A 及び点 A' を結ぶ。

$\triangle BAP$ と $\triangle BA'P$ について、

仮定より、

$BA=BA'$ ……(1)

$AP=A'P$ ……(2)

共通な辺なので、

$BP=BP$ ……(3)

したがって、(1)(2)(3) より、

3組の辺がそれぞれ等しいので、

$\triangle BAP \cong \triangle BA'P$

合同な図形において、

対応する角の大きさは等しいので

$\angle ABP = \angle A'BP$

直線なので

$\angle ABP + \angle A'BP = 180^\circ$

よって

$\angle ABP = \angle A'BP = 90^\circ$

したがって、

直線 BP は直線 BA の垂線である。